14 AZAR Y PROBABILIDAD

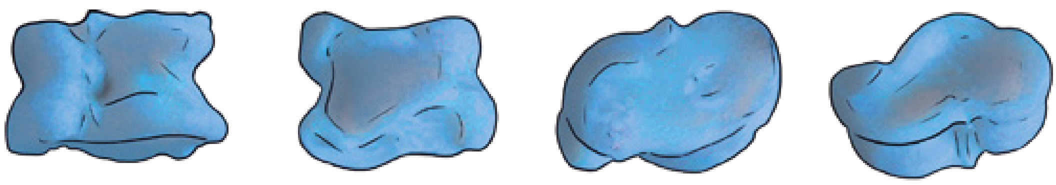
Página 311

Con lo que ya sabes, resuelve

Miranda y Bruno ensayan algunos juegos de azar, con tabas, dados, monedas y una caja de «clips».

Si no has jugado nunca, debes saber que una taba tiene cuatro posiciones:

HOYO PANZA VERDUGO REY



- **Miranda propone el primer juego:**
  - **Tiramos un dado y una taba.**
  - **Si sale PANZA y MÁS DE 3, me llevo un clip, si sale VERDUGO y MENOS DE 4, te la llevas tú. En caso contrario, no gana ninguno y volvemos a tirar.**

1. **¿Crees que el juego es equitativo, o que favorece a uno de los jugadores? Explica por qué.**

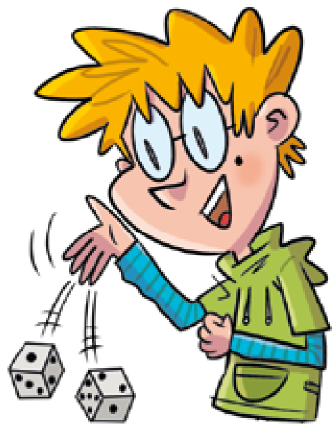
En el dado, a cada uno le favorecen tres números. Así que, por ese lado, están igualados. Pero en la taba, es más fácil que salga PANZA que VERDUGO, lo que deja a Bruno en inferioridad. Por tanto, el juego no es equitativo.

- **Bruno propone otro juego:**
  - **Cada uno coge 20 clips.**
  - **Bruno saca un clip de su montón y tira el dado.**
  - **Si sale un cinco, se lleva 5 clips, el suyo y otros cuatro que le da Miranda de su montón. Si no sale cinco, Miranda se queda el clip que puso Bruno.**

2. **¿Crees que el juego es equitativo? Explica por qué.**

Teóricamente, de cada 6 tiradas, Bruno perderá en cinco ocasiones ((–1) · 5 = –5 clips) y ganará en una (+4 clips). Por tanto, el juego tampoco aquí es equitativo.

- **Y también acuerdan un tercer juego:**
  - **Se tiran dos dados y se suman las puntuaciones obtenidas.**
  - **Si sale par, gana Bruno, y si sale impar, gana Miranda.**



3. **Y ahora, ¿es equitativo el juego? Explica tu respuesta.**

Resultados pares:

1 + 1, 1 + 3, 1 + 5, 2 + 2, 2 + 4, 2 + 6, 3 + 1, 3 + 3, 3 + 5, 4 + 2, 4 + 4, 4 + + 6, 5 + 1, 5 + 3, 5 + 5, 6 + 2, 6 + 4, 6 + 6 (son 18 resultados).

Resultados impares:

1 + 2, 1 + 4, 1 + 6, 2 + 1, 2 + 3, 2 + 5, 3 + 2, 3 + 4, 3 + 6, 4 + 1, 4 + 3, 4 + + 5, 5 + 2, 5 + 4, 5 + 6, 6 + 1, 6 + 3, 6 + 5 (son 18 resultados).

Teóricamente, sale par el mismo número de veces que sale impar. Por tanto, el juego, sí, es equitativo.

1 ▶ SUCESOS ALEATORIOS

Página 312

Para fijar ideas

1 **En cada una de las experiencias descritas arriba, di cuáles son todos los posibles resultados que se pueden obtener. Por ejemplo:**

- **Lanzar una chincheta: de pie y tumbada.**
- **Personas en el paso de cebra: 0, 1, 2, 3…**

Sigue tú:

a) Puntuación obtenida al lanzar el dado de seis caras.

b) Color de la bola extraída del bombo.

c) Número de caras al lanzar tres monedas.

d) ¿Parará un coche azul cuando se cierre el semáforo?

a) 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

b) Rojo, verde, azul y amarillo.

c) 0, 1, 2 y 3.

d) Sí y no.

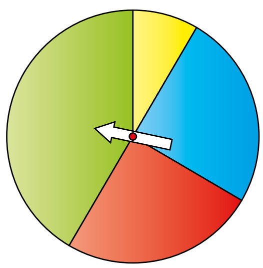
Página 313

Para fijar ideas

2 **Al hacer girar la ruleta, la flecha puede caer en rojo (R), azul (Az), amarillo (Am) o verde (V), pero no puede caer en negro (N).**

Haz corresponder estos sucesos en tu cuaderno:

a) Suceso seguro	**I**	**{N}**
b) Azul o verde	**II**	**{Az, V, R}**
c) No amarillo	**III**	**{V, R, Am, Az}**
d) Ni amarillo ni azul	**IV**	**{R, V}**
e) Suceso imposible	**V**	**{Az, V}**



a → III

b → V

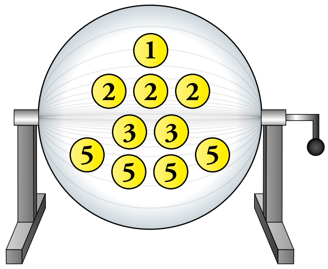
c → II

d → IV

e → I

Para practicar

1 Experiencia: «Extraer una bola del bombo».



a) ¿Cuáles son los casos?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Escribe los siguientes sucesos:

- **«Mayor que 1»**
- **«Mayor que 3 y menor que 5»**
- **«Par»**
- **«Suceso seguro»**

a) 1, 2, 3 y 5.

b) $E = \{1, 2, 3, 5\}$

c) «Mayor que 1» = {2, 3, 5}

«Mayor que 3 y menor que 5» = imposible

«Par» = {2}

«Suceso seguro» = {1, 2, 3, 5}

2 ▶ PROBABILIDAD DE UN SUCESO

Página 314

Para fijar ideas

1 Copia y completa con POCO PROBABLE, MUY PROBABLE, IGUAL DE PROBABLE, SEGURO o IMPOSIBLE.

a) Al extraer una carta de la baraja es … que salga el as de oros.

b) Al lanzar un dado es … que salga un número mayor que 1.

c) Al lanzar un dado es … que salga un número mayor que 6.

d) Al lanzar una moneda es … que saldrá cara o cruz.

e) Al lanzar una moneda es … que salga cara o cruz.

a) Al extraer una carta de la baraja es POCO PROBABLE que salga el as de oros.

b) Al lanzar un dado es MUY PROBABLE que salga un número mayor que 1.

c) Al lanzar un dado es IMPOSIBLE que salga un número mayor que 6.

d) Al lanzar una moneda es SEGURO que saldrá cara o cruz.

e) Al lanzar una moneda es IGUAL DE PROBABLE que salga cara o que salga cruz.

2 La tabla indica el número de servicios realizados por un taxi en las cuatro últimas semanas:

L	M	X	J	V	S	D
20	14	0	15	20	8	16
19	15	0	13	20	9	15
20	13	0	16	20	8	15
19	12	0	15	20	7	14

a) ¿Qué día libra el taxi? ¿Cuál es la probabilidad de que el miércoles haga algún servicio?

b) ¿Cómo es de probable que el lunes tenga mucho trabajo?

c) ¿Qué día, con toda seguridad, estará atareadísimo?

d) ¿Cómo de probable es que un martes trabaje por debajo de la media?

a) El taxi libra los miércoles. Ese día la probabilidad de hacer algún servicio es 0.

b) Es muy probable que el lunes tenga mucho trabajo.

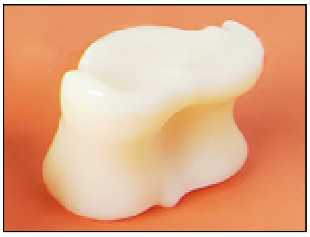
c) Con toda probabilidad, el viernes estará atareadísimo.

d) Es muy probable que un martes (media: 13,45 servicios) trabaje por debajo de la media de un día de trabajo (media: 15,125 servicios).

Página 315

Para practicar

1 **Explica por qué se pueden asignar probabilidades a las caras de un dado, sin necesidad de hacer pruebas y, sin embargo, es necesario experimentar para asignar las de las cuatro caras de la taba.**



Un dado correcto es un instrumento regular que tiene 6 casos con la misma probabilidad de salir. Por eso, no hace falta experimentar para asignar probabilidades a cada una de sus caras. Sin embargo, la taba es un instrumento irregular, por lo que sí es necesario experimentar para asignar probabilidades a sus cuatro caras.

3 ASIGNACIÓN DE PROBABILIDADES EN EXPERIENCIAS REGULARES

Página 316

Para fijar ideas

1 Copia y completa, como en el primer caso, las siguientes experiencias aleatorias.

a) Voy a extraer una bola de un bombo que contiene 10 bolas idénticas numeradas del 0 al 9. ¿Qué probabilidad tiene de salir cada número?

$$P[0] = P[1] = \ldots = P[9] = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

b) Tengo una papeleta de una rifa con 100 números, del 0 al 99. ¿Cuál es la probabilidad de que me toque?

$$P[\text{MI PAPELETA}] = \frac{1}{100} = \ldots$$

c) Ha llegado una compañera nueva a clase. ¿Qué probabilidad hay de que su cumpleaños coincida con el mío, que es el 5 de mayo?

$$P[5 \text{ DE MAYO}] = \frac{1}{\square} \approx \ldots$$

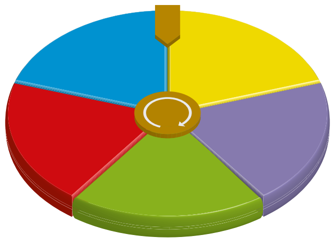
a) $P[0] = P[1] = P[2] = P[3] = P[4] = P[5] = P[6] = P[7] = P[8] = P[9] = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$

b) $P[\text{MI PALETA}] = \dfrac{1}{100} = 0{,}01$

c) $P[5 \text{ DE MAYO}] = \dfrac{1}{365} \approx 0{,}0027$

Para practicar

1 ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en el color rojo al hacer girar la ruleta?



$P[\text{ROJO}] = \dfrac{1}{5}$

2 Si elegimos al azar una entre las 28 fichas de dominó, ¿cuál es la probabilidad de que sea el 6 doble?

$P[6 \text{ DOBLE}] = \dfrac{1}{28}$

3 **Mi signo del zodiaco es leo. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona que va sentada a mi lado en el autobús sea también leo?**

$P[\text{LEO}] = \frac{1}{12}$

4 **¿Cuál es la probabilidad de extraer el as de bastos de una baraja española? ¿Y el rey de copas?**

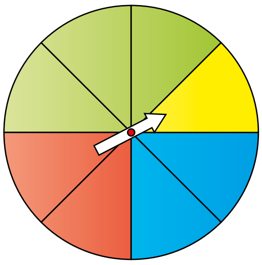
$P[\text{AS DE BASTOS}] = \frac{1}{40}$ $P[\text{REY DE COPAS}] = \frac{1}{40}$

Página 317

Para fijar ideas

2 **Observa, copia y completa en tu cuaderno.**

La probabilidad de obtener cada color al hacer girar la aguja de la ruleta es:



$P[\text{VERDE}] = \frac{3}{8}$ $P[\text{ROJO}] = \frac{2}{8} = \frac{\square}{4}$

$P[\text{AMARILLO}] = \frac{\square}{8}$ $P[\text{AZUL}] = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

$P[\text{ROJO}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $P[\text{AMARILLO}] = \frac{1}{8}$ $P[\text{AZUL}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Para practicar

5 **De una baraja de 40 naipes se va a extraer uno al azar.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar un rey? (Recuerda que la baraja tiene 4 reyes.)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un basto?

a) $P[\text{REY}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$ b) $P[\text{BASTOS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

6 **Extraemos al azar una bola de esta bolsa. Calcula la probabilidad de que sea de cada uno de los colores.**

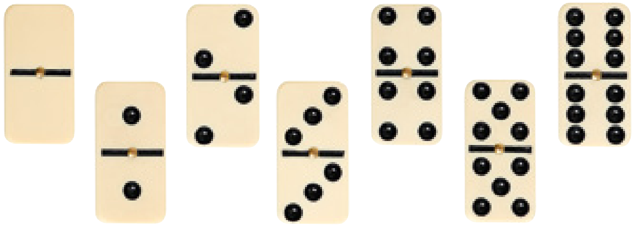
$P[\text{NARANJA}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $P[\text{AZUL}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $P[\text{VERDE}] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$P[\text{NEGRA}] = \frac{1}{12}$ $P[\text{ROJO}] = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

7 **Tenemos las 28 fichas de un juego de dominó, boca abajo, sobre el tablero de la mesa.**

a) ¿Cuántas de ellas son dobles?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al volver una sea doble?



a) Siete son dobles.

b) La probabilidad de que sea doble es de $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$.

4 ▸ ALGUNAS ESTRATEGIAS PARA EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Página 319

Para fijar ideas

Copia en tu cuaderno y completa los siguientes problemas aplicando las estrategias empleadas en la página anterior.

1 **El menú del día de cierto restaurante ofrece, como primer plato, lentejas (L), acelgas (A) o ensalada (E). Como segundo plato, filete (F) o pescadilla (P). Y de postre, tarta de queso (T) o naranja (N).**

a) Construye en tu cuaderno un diagrama en árbol que refleje todas las opciones del menú.

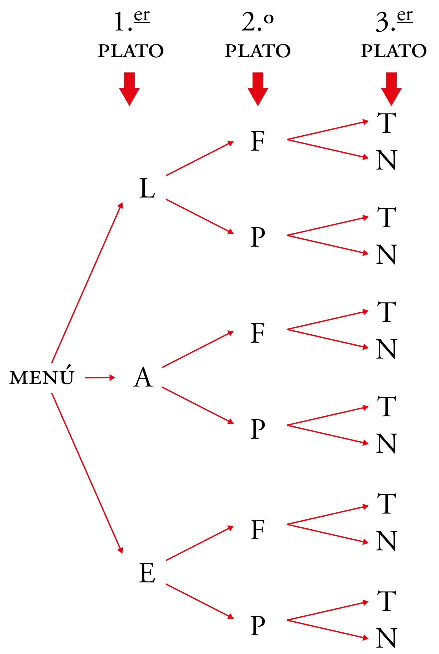
Total de opciones → 3 · 2 · … = …

b) Si un cliente elige un menú, al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tome una verdura (acelgas o ensalada), un filete y un postre?

Opciones favorables (verdura + filete + postre) → …

$$P\,[\text{VERDURA + FILETE + POSTRE}] = \frac{\text{opciones favorables}}{\text{total de opciones}} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

a)



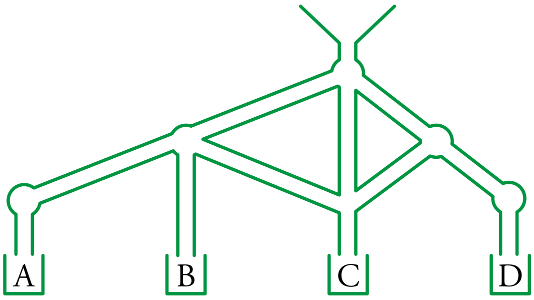
Total de opciones → 3 × 2 × 2 = 12

b) $P\,[\text{VERDURA + FILETE + POSTRE}] = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$

2 **Supón que lanzamos 18 perdigones en el embudo del siguiente aparato que los reparte de forma equitativa.**

NOTA: ¿Por qué 18? Porque el primer distribuidor tiene tres salidas (3), una de ellas con tres ramas (3) y otra con dos (2). → 3 · 3 · 2 = 18

a) Teóricamente, ¿cuántos caerán en cada depósito?



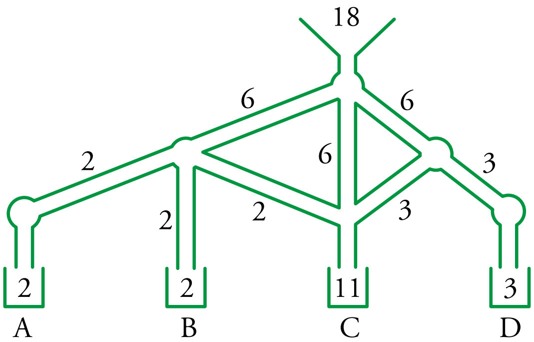
En A → … **En B → …**

En C → … **En D → …**

b) A la vista de los resultados anteriores, si lanzamos un solo perdigón, ¿cuál será la probabilidad de que caiga en el depósito A? ¿Y de que caiga en el C? ¿Y en D?

$$P[A] = \frac{\square}{18} = \frac{\square}{\square} \qquad P[C] = \frac{\square}{\square} \qquad P[D] = \frac{\square}{\square}$$

a)



En A → 2 En B → 2 En C → 11 En D → 3

b) $P[A] = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ $P[C] = \frac{11}{18}$ $P[D] = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

3 **Los estudiantes de un centro que se quedan a realizar actividades deportivas se distribuyen así:**

	FÚTBOL	NATACIÓN	TENIS
PRIMARIA	14	7	4
SECUNDARIA	16	4	15

Si elegimos uno al azar, calcula estas probabilidades:

a) Sea de Primaria. → $P[\text{PRIMARIA}] = \frac{\square}{\square}$

b) Sea de Primaria y juegue al tenis. → $P[\text{PRIMARIA Y TENIS}] = \frac{\square}{\square}$

c) Practique el tenis, sabiendo que es de Secundaria. → …

$P[\text{PRIMARIA}] = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

$P[\text{PRIMARIA y TENIS}] = \frac{4}{25}$

$P[\text{SECUNDARIA y TENIS}] = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

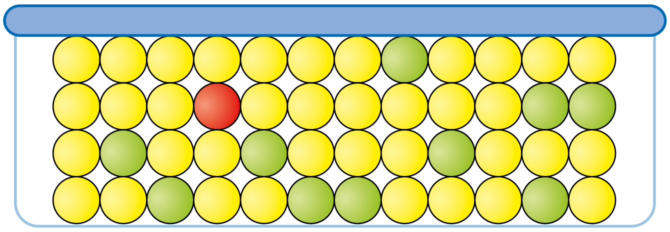
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 320

¿DOMINAS LO BÁSICO?

Muy probable, poco probable

1 **Tenemos una urna como esta:**



Removemos y extraemos una bola al azar. Copia y asocia con flechas en tu cuaderno:

P **[ROJO]**	**Imposible**
P **[VERDE]**	**Muy poco probable**
P **[AMARILLO]**	**Poco probable**
P **[NEGRO]**	**Muy probable**

P [ROJO] → Muy poco probable
P [VERDE] → Poco probable
P [AMARILLO] → Muy probable
P [NEGRO] → Imposible

2 **Imagina que extraes una carta de una baraja de 40 naipes. Escribe un suceso que sea IMPOSIBLE; otro que sea POCO PROBABLE; otro, MUY PROBABLE, y uno que sea SEGURO.**

Respuesta abierta; por ejemplo:

Suceso IMPOSIBLE → Sacar un comodín.

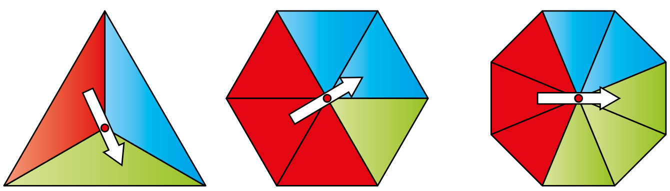
Suceso POCO PROBABLE → Sacar el as de espadas.

Suceso MUY PROBABLE → Sacar número mayor que 1.

Suceso SEGURO → Sacar una carta que sea oros, copas, bastos o espadas.

3 **¿En cuál de las siguientes ruletas es más difícil obtener color azul?**

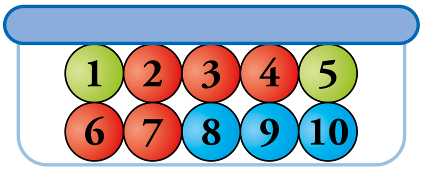
A **B** **C**



En la ruleta A el azul ocupa $\frac{1}{3}$; en la ruleta B, también $\frac{1}{3}$, y en la ruleta C, $\frac{1}{4}$. Por tanto, es más difícil obtener color azul en la ruleta C, puesto que $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$.

Espacio muestral. Sucesos

4 **Extraemos una ficha al azar de la siguiente urna y anotamos su número:**



a) ¿Cuántos casos tiene el espacio muestral? Descríbelo nombrando todos sus elementos.

b) Describe los siguientes sucesos:

A = ROJA	**B** = VERDE
C = PAR	**D** = MENOR QUE 4
E = VERDE Y PAR	**F** = MENOR QUE 1

Denominamos: V → verde; R → rojo; Az → azul.

a) E = {1V, 2R, 3R, 4R, 5V, 6R, 7R, 8Az, 9Az, 10Az}

Tiene 10 casos.

b) A = {2R, 3R, 4R, 6R, 7R} B = {1V, 5V}

C = {2R, 4R, 6R, 8Az, 10Az} D = {1V, 2R, 3R}

E = No hay ningún caso. F = No hay ningún caso.

5 **De la misma urna de la actividad anterior, extraemos una ficha y nos fijamos en el color.**

a) ¿Cuántos casos tiene el espacio muestral? Descríbelo nombrando todos sus elementos:

b) Describe los siguientes sucesos:

L = ROJA

M = VERDE O ROJA

N = NO ROJA

a) E = {R, V, Az} → Tiene 3 casos.

b) L = {R}

M = {V, R}

N = {V, Az}

6 **Una experiencia consiste en lanzar un dado y, después, lanzar una moneda. Los casos son: (1 y C); (1 y +); (2 y C); (2 y +); …; (6 y C); (6 y +).**

a) Escribe el espacio muestral (son 12 casos).

b) El suceso «Sacar número mayor que 5 y cara» solo tiene un caso: (6 y C).

Describe el suceso «Sacar número par y cara» enumerando todos sus casos.

c) Enumera los casos del suceso «Sacar cualquier número y cruz».

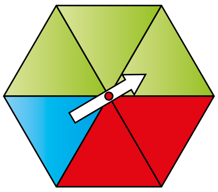
a) E = {1C, 1+, 2C, 2+, 3C, 3+, 4C, 4+, 5C, 5+, 6C, 6+}

b) El suceso «Sacar par y cara» está formado por 3 casos: {2C, 4C, 6C}.

c) El suceso «Sacar cualquier número y cruz» tiene 6 casos: {1+, 2+, 3+, 4+, 5+, 6+}.

Cálculo de probabilidades en experiencias regulares

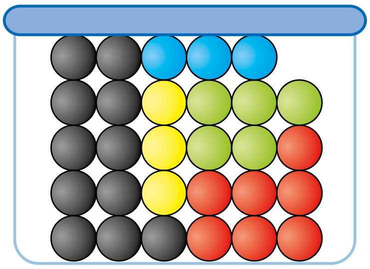
7 **¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los colores en la ruleta de la imagen? Razónalo.**



La ruleta es un hexágono regular dividido en 6 partes iguales, de las cuales, 3 de ellas son verdes, 1 azul y las otras dos son rojas. Por tanto:

$P[\text{VERDE}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\quad P[\text{AZUL}] = \frac{1}{6}$ $\quad P[\text{ROJO}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

8 **Se extrae una bola al azar de una urna como la siguiente:**



Indica la probabilidad de que:

a) Sea roja.

b) No sea negra.

a) $P[\text{ROJA}] = \frac{7}{29}$

b) $P[\text{NO NEGRA}] = \frac{18}{29}$

Página 321

9 **Extraemos una carta de una baraja española de 40 naipes. Calcula la probabilidad de:**

a) Que la carta sea de bastos.

b) Que la carta no sea un as.

c) Que la carta no sea una figura.

d) Que la carta sea un as o una figura.

a) $P[\text{BASTOS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{NO SEA AS}] = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$

c) $P[\text{NO SEA FIGURA}] = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}$

d) $P[\text{AS O FIGURA}] = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$

Cálculo de probabilidades en experiencias irregulares

10 **Lanzamos 1 000 veces una chincheta, obteniendo en 368 ocasiones la punta hacia arriba. ¿Qué probabilidad se puede asignar a que al volver a lanzarla caiga tumbada?**

Hemos tirado la chincheta 1 000 veces y en 368 ocasiones ha caído con la punta hacia arriba; entonces, en 632 ocasiones ha caído tumbada.

Por tanto, la probabilidad de que la chincheta caiga tumbada la próxima vez que la lance es $P = \frac{632}{1000} = \frac{79}{125}$.

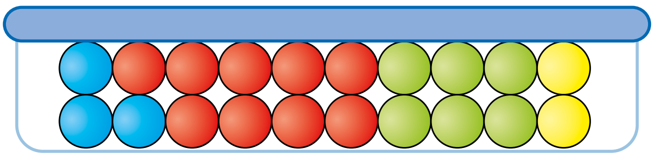
11 **Observando a una jugadora de baloncesto, hemos contado 187 canastas y 85 fallos. ¿Qué probabilidad le asignaremos al suceso «Acertará el próximo lanzamiento»?**

La jugadora de baloncesto ha tirado a canasta 272 veces.

Por tanto, P[ACERTAR EN EL PRÓXIMO LANZAMIENTO] $= \frac{187}{272}$.

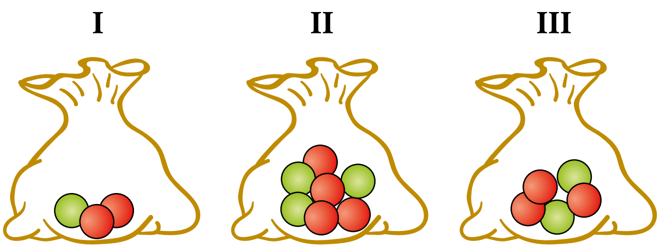
ENTRÉNATE Y PRACTICA

12 **Se extrae una bola al azar de esta urna. Ordena los colores de más probable a menos probable de obtener:**



Ordenando los colores de más probable a menos probable obtenemos: rojo, verde, azul y amarillo.

13 **¿En cuál de las siguientes bolsas es más probable sacar bola roja? Explica por qué.**

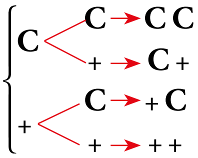


Es más probable sacar bola roja en la bolsa I, puesto que tiene probabilidad $\frac{2}{3} = 0{,}66\ldots$

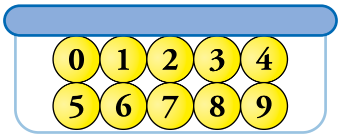
En las otras bolsas, la probabilidad de sacar bola roja es más baja.

14 **Indica el espacio muestral en cada una de estas experiencias aleatorias:**

a) Lanzar dos monedas y contar el número de cruces.



b) Sacar una bola de esta urna y ver qué número se obtiene.



c) Sacar una moneda del bolsillo y observar su valor.

d) Tirar un dado con forma de tetraedro y ver el número que has obtenido.

¿En cuáles de las experiencias de los apartados anteriores los casos no tienen la misma probabilidad?

a) $E = \{0, 1, 2\}$

b) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

c) E = {1 cent., 2 cts., 5 cts., 10 cts., 20 cts., 50 cts., 1 €, 2 €}

d) $E = \{1, 2, 3, 4\}$

En a) los casos no tienen la misma probabilidad de salir, ya que la probabilidad de sacar 1 cruz es mayor que la de sacar 0 o 2. En c) no tenemos suficiente información para determinar si los casos tienen la mima probabilidad; dependerá de si el número de monedas de cada tipo es el mismo.

15 **Sin mirar, doy vueltas a las manecillas de un reloj. Calcula la probabilidad de que la hora que haya puesto sea:**

a) Entre las 3 y las 4.

b) Antes de las 3.

c) Más tarde de las 10.

d) Antes de las 6.

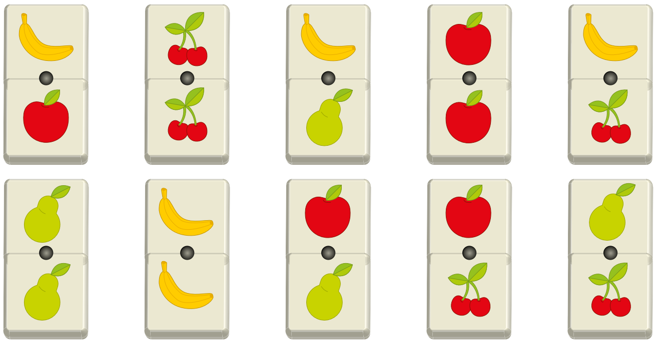
a) $P[\text{ENTRE LAS 3 Y LAS 4}] = \dfrac{1}{12}$

b) $P[\text{ANTES DE LAS 3}] = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$

c) $P[\text{MÁS TARDE DE LAS 10}] = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$

d) $P[\text{ANTES DE LAS 6}] = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$

16 **Un juego parecido al dominó está formado por las siguientes piezas:**



Las echamos a una bolsa y sacamos una al azar.

a) ¿Es una experiencia regular? ¿Por qué?

b) Escribe el espacio muestral.

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar PERA/MANZANA?

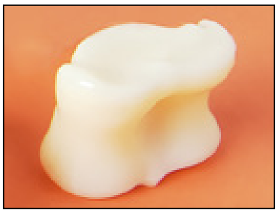
a) Sí es una experiencia regular, pues es igual de probable sacar cualquier ficha.

b) P $\rightarrow$ Plátano   M $\rightarrow$ Manzana   E $\rightarrow$ Pera   C $\rightarrow$ Cereza

E = {P-M, C-C, P-E, M-M, P-C, E-E, P-P, M-E, M-C, E-C}

c) La probabilidad de sacar PERA/MANZANA es $\frac{1}{10}$.

17 **De las 823 veces que he lanzado la taba que ves en la foto, en 185 ocasiones ha caído de esta forma:**



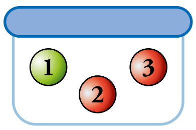
¿Qué probabilidad puede asignarse a que en el próximo lanzamiento la taba vuelva a caer de esta forma?

La probabilidad de que en el próximo lanzamiento la taba vuelva a caer de la misma forma es $P = \frac{185}{823}$.

Página 322

RESUELVE PROBLEMAS SENCILLOS

18 **Lanzamos una moneda y tomamos al azar una bola de la urna.**



¿Cuál es la probabilidad de obtener cara y bola roja?

E = {C1R, C2R, C3V, +1R, +2R, +3V}

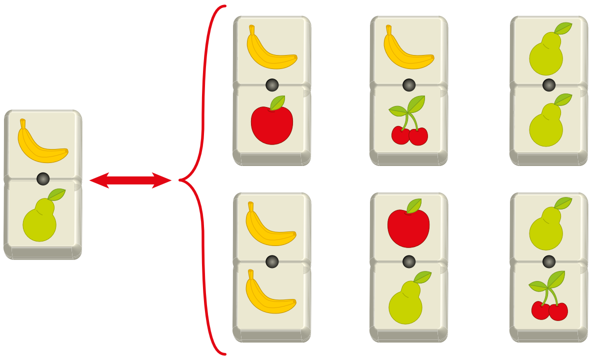
P[CARA y ROJA] $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

19 **Con el mismo juego de la actividad 16, ponemos sobre la mesa la ficha PLÁTANO/PERA y las demás quedan en la bolsa. Extraemos otra ficha al azar.**

¿Cuál es la probabilidad de que la nueva ficha, según las reglas del dominó, pueda encadenarse con la que está sobre la mesa?

Hazte estas preguntas:

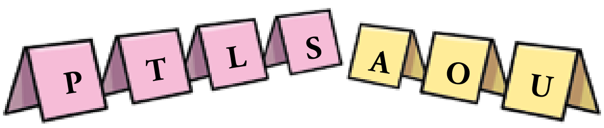
- *¿Cuántas fichas quedan en la bolsa?*
- *¿Cuántas de ellas pueden encadenar con la que está sobre la mesa?*



En la bolsa, después de sacar la ficha PLÁTANO/PERA, quedan 9 fichas. Vemos que podemos encadenarla con 6 fichas de las 9 que quedan.

Por tanto, la probabilidad de sacar una ficha que encadene con PLÁTANO/PERA es $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

20 **El profesor de Lengua ha diseñado una experiencia que consiste en formar sílabas tomando al azar una tarjeta del grupo de las consonantes (a la izquierda) y otra del grupo de las vocales (a la derecha).**



Cada alumno o alumna tendrá que escribir una palabra que empiece con dicha sílaba.

a) **Escribe el espacio muestral.**

b) **¿Cuál es la probabilidad de obtener LA SÍLABA LA?**

c) **¿Y de obtener UNA SÍLABA QUE TERMINE EN A?**

a) E = {PA, PO, PU, TA, TO, TU, SA, SO, SU, LA, LO, LU}

b) P[SÍLABA LA] $= \frac{1}{12}$

c) P[SÍLABA QUE TERMINA EN A] $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

21 **Los estudiantes de una clase se distribuyen así:**

	CHICAS	CHICOS
CON GAFAS	4	6
SIN GAFAS	8	10

Escogemos uno al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) Sea chica.

b) Tenga gafas.

c) Sea chica con gafas.

d) Sabiendo que es chico, tenga gafas.

En la clase hay un total de 28 estudiantes.

a) $P[\text{CHICA}] = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$

b) $P[\text{GAFAS}] = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$

c) $P[\text{CHICA CON GAFAS}] = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$

d) Sabiendo que es chico, $P[\text{CON GAFAS}] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

22 **Para un examen de Geografía, hay que saber situar sobre un mapa mudo las 17 comunidades autónomas de España. Ricardo solo se acuerda dónde se encuentran 10 de ellas.**

a) Si en el examen le piden situar una, ¿cuál es la probabilidad de que sea una de las que sabe?

b) Supongamos que le piden que sitúe una de las que no sabe y, en vez de no contestar, lo hace a voleo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte?

a) La probabilidad de que sitúe una bien es $P = \frac{10}{17}$.

b) La probabilidad de que acierte a voleo es $P = \frac{1}{7}$.

23 **En mi maleta tengo un traje, tres camisas y cuatro corbatas.**

a) ¿Cuántas combinaciones de camisa y corbata puedo hacer?

Si elijo una de cada, al azar:

b) ¿Cuál es la probabilidad de que me haya puesto la camisa blanca con la corbata roja?

c) ¿Y de que me haya puesto una camisa lisa con una corbata rayada?

d) ¿Y de que las dos prendas sean rayadas?

a) Puedo hacer $3 \cdot 4 = 12$ combinaciones de CAMISA y CORBATA.

b) $P[\text{CAMISA BLANCA y CORBATA ROJA}] = \frac{1}{12}$

c) $P[\text{CAMISA LISA y CORBATA RAYADA}] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

d) La probabilidad de que las dos prendas sean rayadas es $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

24 **En un restaurante hay sopa, puré o ensalada de primero; carne, pescado o arroz de segundo; y, para finalizar, café o postre.**

a) ¿Cuántos menús distintos podemos elegir?

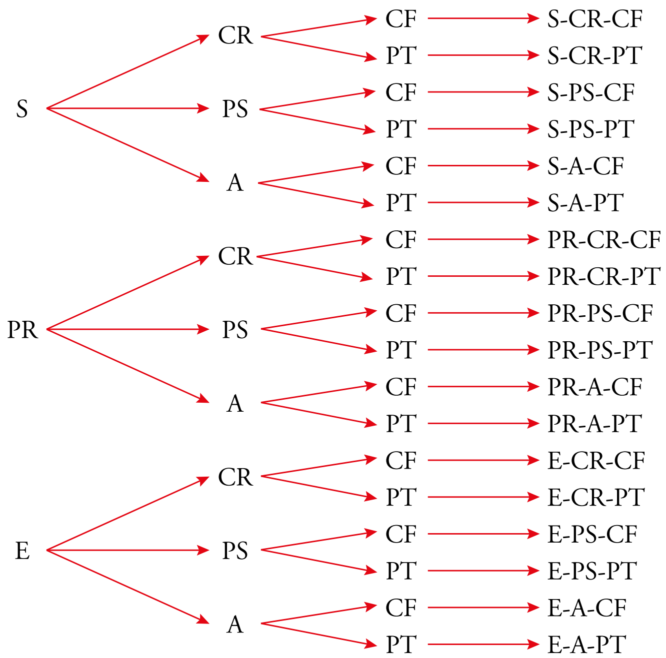
b) Si nos sirven un menú elegido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea ENSALADA Y CARNE?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que lleve ARROZ?

a) Para contar los distintos tipos de menú que podemos elegir, podemos ayudarnos de un diagrama de árbol.

S → Sopa PR → Puré E → Ensalada CR → Carne

PS → Pescado A → Arroz CF → Café PT → Postre



Podemos elegir 18 menús distintos.

b) $P[\text{ENSALADA Y CARNE}] = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

c) $P[\text{PLATO LLEVE ARROZ}] = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

Página 323

25 **El grupo de actividades extraescolares a cubierto, en un colegio, se distribuye así:**

	AJEDREZ	BALÉ	PINTURA
CHICOS	**12**	**6**	**12**
CHICAS	**10**	**11**	**9**

Copia la tabla en tu cuaderno y añade una fila y una columna con los totales.

Si elegimos uno al azar, halla la probabilidad de que:

a) Sea chico.

b) Pertenezca al grupo de ajedrez.

c) Sea chica y pintora.

d) Sabiendo que es un chico, haga balé.

	AJEDREZ	BALÉ	PINTURA	TOTAL
CHICOS	12	6	12	30
CHICAS	10	11	9	30
TOTAL	22	17	21	60

a) Sea chico $\rightarrow \dfrac{30}{60} = \dfrac{1}{2}$

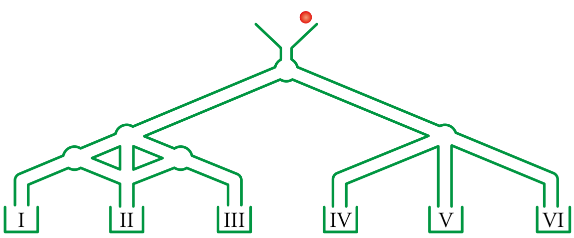
b) Pertenezca al grupo de ajedrez $\rightarrow \dfrac{22}{60} = \dfrac{11}{30}$

c) Sea chica y pintora $\rightarrow \dfrac{9}{60} = \dfrac{3}{20}$

d) Sabiendo que es chico, haga balé $\rightarrow \dfrac{6}{30} = \dfrac{1}{5}$

PARA PENSAR UN POCO MÁS

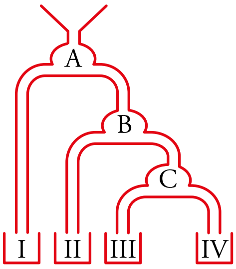
26 ***Calcular la probabilidad de que la bolita caiga en cada recipiente.***



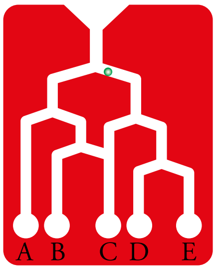
Problema resuelto.

27 **Calcula, en cada caso, la probabilidad de que la bolita caiga en los distintos recintos:**

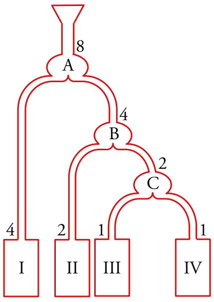
a)



b)



a) y b) Si tirásemos 8 bolas y se repartieran equitativamente:

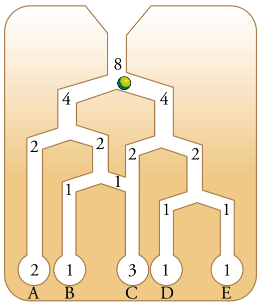


$P[\text{I}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P[\text{II}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P[\text{III}] = \frac{1}{8}$

$P[\text{IV}] = \frac{1}{8}$



$P[\text{A}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P[\text{B}] = \frac{1}{8}$

$P[\text{C}] = \frac{3}{8}$

$P[\text{D}] = \frac{1}{8}$

$P[\text{E}] = \frac{1}{8}$

28 **La tabla recoge las ventas de una agencia inmobiliaria durante el mes pasado.**

€ →	MENOS DE 100 000 €	ENTRE 100 000 Y 300 000 €	MÁS DE 300 000 €
CASAS	1	2	5
PISOS	3	10	3

Según esos datos:

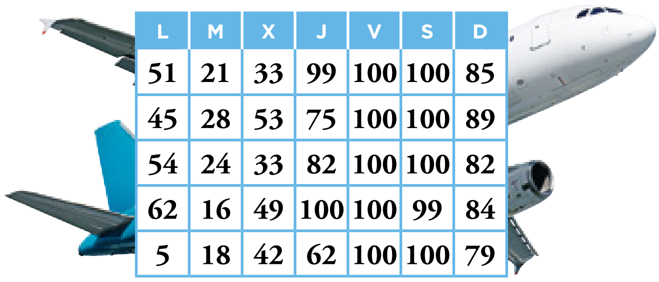
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la próxima venta supere los trescientos mil euros?

b) ¿Y de que sea un piso de menos de trescientos mil?

a) La próxima venta tiene una probabilidad de $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ de superar los 300 000 €.

b) La próxima venta tiene una probabilidad de $\frac{13}{24}$ de ser un piso que cueste menos de 300 000 €.

29 **La tabla muestra el porcentaje de ocupación, durante las cinco últimas semanas, de un vuelo regular diario, que enlaza la Península con la isla de Tenerife.**



% DE OCUPACIÓN DEL VUELO

L	M	X	J	V	S	D
51	21	33	99	100	100	85
45	28	53	75	100	100	89
54	24	33	82	100	100	82
62	16	49	100	100	99	84
5	18	42	62	100	100	79

Atendiendo a estas cifras:

a) Copia y completa:

Estoy casi seguro de que un … cualquiera, el avión llevará menos de la mitad de las plazas ocupadas y de que un … irá casi lleno. Y estoy seguro de que un … irá completo.

b) Estima la probabilidad de encontrar plaza, si vas a comprar el billete para volar un sábado, a última hora, antes del vuelo.

c) ¿Y si haces lo mismo un viernes?

d) ¿Y si haces lo mismo un jueves? ¿Y un miércoles?

a) Estoy casi seguro de que un martes cualquiera, el avión llevará menos de la mitad de las plazas ocupadas y de que un sábado irá casi lleno. Y estoy seguro de que un viernes irá completo.

b) Estimo que la probabilidad de encontrar plaza para volar un sábado, a última hora, antes del vuelo, es de $\frac{1}{5}$.

c) Un viernes, justo antes del vuelo, será imposible que haya plazas libres. La probabilidad de encontrar plaza será $P = 0$.

d) Un miércoles habrá plazas con seguridad. La probabilidad será $P = 1$.

Un jueves, la probabilidad de encontrar plaza será elevada, $P = \frac{4}{5}$.

TALLER DE MATEMÁTICAS

Página 324

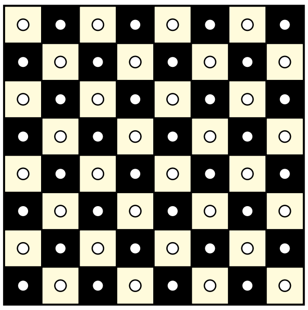
LEE Y REFLEXIONA

Experiencia de simulación. Imitar una granizada con un dado

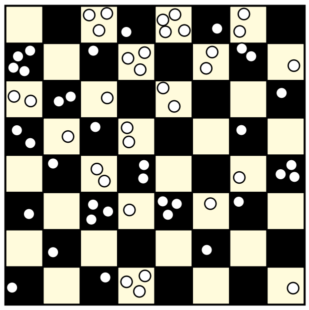
En el suelo de la plaza de un parque encontramos un gran tablero de ajedrez. Supón que empieza a granizar y que, después de los primeros impactos, tomamos una foto del tablero y nos fijamos en la distribución de las bolitas de hielo.

¿Cuál de estos resultados te parece acertado en la distribución del granizo?

A



B

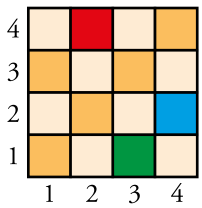


Para ayudarnos a reflexionar, vamos a simular la experiencia con ayuda de un dado, señalando los resultados en un tablero como el de la derecha. Como los granizos caen sobre la cuadrícula aleatoriamente, podemos imitar la granizada representando cada casilla mediante un par de números:

Roja: 2 – 4 Azul: 4 – 2 Verde: 3 – 1

Imitamos la caída de cada granizo lanzando un dado dos veces. Si se obtiene 5 o 6, se vuelve a tirar. Así con 32 tiradas válidas, obtenemos las 16 casillas donde aleatoriamente caen los granizos.

Si realizas la experiencia, sabrás con seguridad cuál de los dos tableros responde a la realidad.



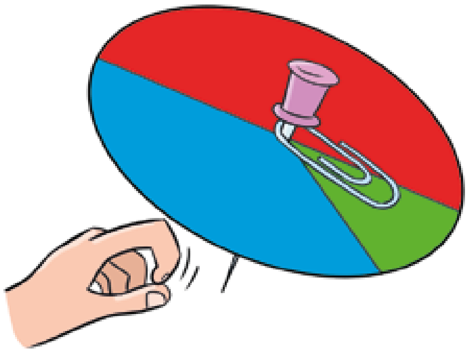
Una gran cantidad de estudiantes tiene preconcepciones falsas sobre el comportamiento de la probabilidad. Una preconcepción falsa es atribuirles distribuciones sumamente regulares a las cosas que ocurren probabilísticamente.

En el caso de este problema se tiene la creencia de que los granizos que caen aleatoriamente se repartirán regularmente sobre las 16 baldosas. Con la experiencia que se propone, se pretende que el alumnado contemple cómo se comporta la probabilidad en la realidad.

Si el número de granizos fuera mucho mayor, la ley de los grandes números nos asegura que las proporciones sí se aproximarían mucho entre sí. De todas formas, a este nivel solo se pretende una aproximación por el método lúdico de esta realidad.

ÉCHALE INGENIO

Meta 4.6. **Un profesor deja a cada uno de sus alumnos una ruleta como la del dibujo y les pide, para casa, que hagan girar la flecha 360 veces y que anoten los resultados. Estos son los deberes entregados por tres alumnos. Dos de ellos han hecho trampa.**



¿Quiénes crees que son? Explica por qué y de qué medio te vales para justificarlo.

	ADRIÁN
ROJO	124
AZUL	126
VERDE	110

	MANUELA
ROJO	193
AZUL	111
VERDE	56

	CARLA
ROJO	180
AZUL	120
VERDE	60

Observando las tres tablas, se puede deducir que Manuela es la única de los tres que no ha hecho trampas, debido a que sus frecuencias relativas se aproximan a sus probabilidades reales.

Si nos fijamos en la tabla de Carla, esta tiene unas frecuencias absolutas idénticas a los grados de cada sector, y eso es casi imposible que ocurra.

Y si miramos la de Adrián, esta tiene unas frecuencias como si los tres sectores fueran del mismo tamaño, es decir, que sus frecuencias relativas no corresponden a las probabilidades esperadas.

AUTOEVALUACIÓN

1 **Indica qué sucesos son aleatorios:**

a) Que tu equipo gane el siguiente partido.

b) Obtener un 3 al lanzar un dado.

c) Que no llueva el día de tu excursión al campo.

d) Que se haga de noche donde vives.

Los sucesos aleatorios son los correspondientes a los apartados b) y c).

2 **Escribe el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias:**

a) Número de reyes que te tocan si te dan 5 cartas.

b) Número de veces que aciertas en el centro al tirar tres dardos a la diana.

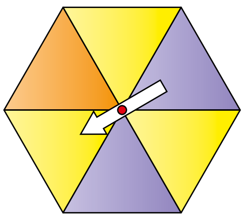
c) Color de pelo de un compañero de clase elegido al azar.

a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

b) $E = \{0, 1, 2, 3\}$

c) Suponiendo que son colores naturales: E = {moreno, rubio, castaño, pelirrojo}

3 **Calcula la probabilidad de obtener cada uno de los colores que componen la ruleta al girar la flecha.**



$P[\text{AMARILLO}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P[\text{MORADO}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P[\text{NARANJA}] = \frac{1}{6}$

4 **Calcula las siguientes probabilidades:**

a) Extraer un rey en una baraja de 40 cartas.

b) Sacar una copa en una baraja de 40 naipes.

c) Obtener un número mayor de 2 al lanzar un dado.

a) $P[\text{REY}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) $P[\text{COPAS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

c) $P[\text{MAYOR QUE } 2] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

5 **He lanzado un dado defectuoso 1 000 veces y he obtenido 6 en 580 ocasiones. ¿Cuál puedes suponer que es la probabilidad de obtener un 6 en la siguiente tirada?**

Se puede suponer que la probabilidad de obtener un 6 en la siguiente tirada es $\frac{580}{1000} = \frac{29}{50}$.

6 **Tiramos un dado rojo y otro verde, y vemos los números obtenidos.**

a) Escribe el espacio muestral. NOTA: **Consideramos que 1-2 es distinto de 2-1.**

b) Calcula la probabilidad de cada caso.

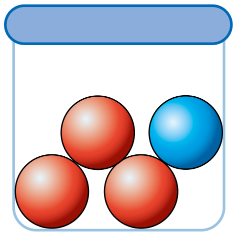
c) ¿Cuál es la probabilidad del suceso «Sacar un 5 en alguno de los dados»? NOTA: **El 5-5 también vale.**

a) E = {1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, 4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5, 5-6, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6}

b) La probabilidad de cada uno de los casos es $\frac{1}{36}$.

c) P[EN ALGUNO DE LOS DADOS HA SALIDO UN 5] = $\frac{11}{36}$

7 **Se extraen dos bolas, al azar, de la siguiente urna:**



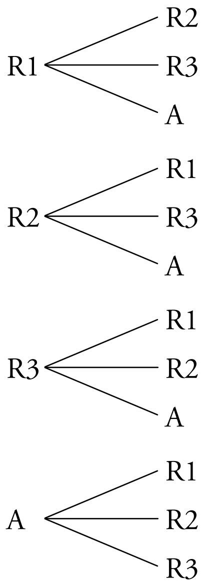
a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean rojas?

b) ¿Y de que una sea roja y la otra azul?

c) ¿Y de que las dos sean azules?

NOTA: **¿Te serviría un diagrama en árbol?**

Hacemos un diagrama de árbol, numerando las bolas rojas para considerar todas las opciones:



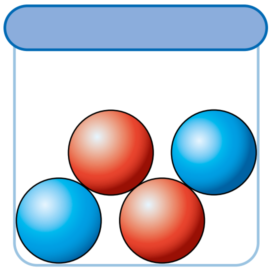
En total, tendremos 12 casos, 6 para obtener dos bolas rojas y 6 para obtener una bola de cada color:

a) $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

b) $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

c) $P = 0$

8 **Contesta las mismas preguntas de la actividad anterior, pero ahora sobre esta urna:**



Hacemos un diagrama de árbol, numerando las bolas rojas y las bolas azules, para considerar todas las opciones:

R1 — R2, A1, A2

R2 — R1, A1, A2

A1 — R1, R2, A2

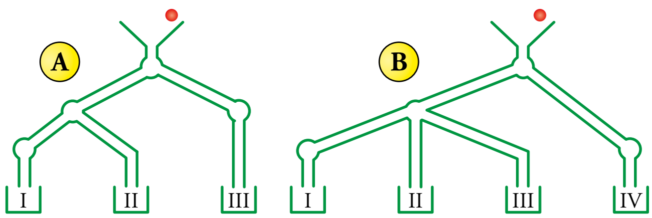
A2 — R1, R2, A1

a) $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

b) $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

c) $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

9 **Observa estos aparatos:**



a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bolita caiga en cada recipiente de A?

b) ¿Y en cada recipiente de B?

a) En el caso de A, si tiramos 8 bolas:

$P[\text{I}] = \frac{1}{4}$ $\quad P[\text{II}] = \frac{1}{4}$ $\quad P[\text{III}] = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

b) En el caso de B, si tiramos 12 bolas:

$P[\text{I}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $\quad P[\text{II}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $\quad P[\text{III}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $\quad P[\text{IV}] = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

10 **En cierta región, el 15 % de los habitantes padece una alergia, y de estos, el 60 % tiene alergia al polen. ¿Qué probabilidad podemos asignar a que tomando una persona al azar no tenga alergia al polen?**

En esa región, sabemos que el 15 % de los habitantes padece de alergia, y de estos, el 60 % tienen alergia al polen.

Fracción de habitantes con alergia al polen:

$$\frac{60}{100} \text{ de } \frac{15}{100} = \frac{9}{100} \rightarrow \text{El 9 \% de la población tiene alergia al polen.}$$

La probabilidad de que, tomando un habitante al azar, no tenga alergia al polen es de:

$$1 - \frac{9}{100} = \frac{91}{100}$$